

引用格式: 姚慕伟, 贾伯琦, 杨立军, 富庆飞. 气流速度振荡场中幂律液膜不稳定性分析[J]. 航空学报, 2020, 41(11):123873. YAO M W, JIA B Q, YANG L J, FU Q F. Instability of power-law liquid sheets in the presence of gas velocity oscillations[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(11):123873 (in Chinese). doi: 10.7527/S1000-6893.2020.23873

气流速度振荡场中幂律液膜不稳定性分析

姚慕伟¹, 贾伯琦¹, 杨立军¹, 富庆飞^{1,*}

1. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 102206

摘要: 采用线性稳定性分析研究了处于气流速度振荡场中幂律液膜时间模式的不稳定性。振荡的气流速度导致动量方程为含有时间周期系数的希尔方程, 采用Floquet理论进行求解。详细研究了不同振荡幅值和振荡频率下表观雷诺数、幂律指数及无量纲速度因子对各不稳定区间的影响。结果表明, 振荡幅值的增加或振荡频率的减小会使液膜不稳定区域的个数增加, 且Kelvin-Helmholtz(K-H)不稳定区域的最大增长率、主导波数和截止波数随振荡幅值和振荡频率的增加而增加。表观雷诺数、幂律指数和无量纲速度因子的增加增强了K-H不稳定区域内的不稳定性, 使参数不稳定区域内的增长率先减小后增加。振荡幅值的变化不改变最大增长率发生转折时对应的流变参数, 而当振荡频率较小时, 幂律指数和无量纲速度因子的增加却使最大增长率单调增加。

关键词: 幂律流体; 平面液膜; 速度振荡; Floquet理论; 参数不稳定

中图分类号: V238 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-6893 (2020) XX-XXXX-XX

在航空航天推进系统中, 燃油的喷注雾化过程常简化为平面液膜在气流中的稳定性问题。鉴于平面液膜的初始稳定性影响着最终破碎形成的液滴尺寸及分布, 因此研究平面液膜在气流中的稳定性不仅对工程问题具有较大的应用价值, 且作为经典的流体力学问题, 也得到了国内外学者的密切关注。Squire^[1]最早研究了无粘平面液膜在静止气体中的稳定性问题, 提出液膜存在两种模式的不稳定, 分别称为正弦模式和曲张模式。基于Squire的研究, 学者们对平面液膜的稳定性问题做了进一步发展。Dombrowski等人^[2]、Lin等人^[3-5]考虑了液膜粘性的影响, 研究发现表面

张力使扰动增长率衰减, 而气液相对速度促进液膜的初始不稳定。Barreras等人^[6]、Dombrowski等人^[7]、Ibrahim等人^[8]则分别考虑了气体粘性、密度和压缩性对液膜稳定性的影响。在火箭发动机燃烧室中, 发生燃烧不稳定时的压力振荡可处理成气流速度振荡^[9], 此时平面液膜与气流间的动量交换过程受振荡气流的影响, 使液膜的不稳定性增加^[10-11]。此时流动系统的不稳定区域可被分为K-H和参数不稳定区域, 气流速度振荡频率的增加促进了K-H不稳定区域的不稳定性, 增强了参数不稳定区域内的稳定性^[12]。Sivadas等人^[10,13]、Mulmule等人^[14-16]的试验也显示平面液膜

收稿日期: 2020-02-12; 退修日期: 2019-05-07; 录用日期: 2019-05-15; 网络出版时间:

网络出版地址:

基金项目: 国家自然科学基金 (11922201, 11872091)

*通讯作者. E-mail: fuqingfei@buaa.edu.cn

在外加振荡声场的环境下更容易破碎，且破碎产生的液滴尺寸更小。以上的研究对象都是基于牛顿流体，最近，Jia等人^[17]研究了粘弹性平面液膜在气流速度振荡中的稳定性。他们的结果显示在K-H不稳定区域，扰动以行波的形式增长；在参数不稳定区域，扰动的增长呈现为驻波的形式，且粘弹性液膜在所有不稳定区域中呈现出比牛顿液膜更稳定的特性。本文针对凝胶推进剂表现出的幂律性质流体所形成的平面液膜，考虑其在气流速度振荡情况下的稳定性问题，使用与Jia等人^[17]、Kumar等人^[18]类似的Floquet理论处理参数共振系统，研究幂律性质、振荡幅值及振荡频率对液膜稳定性的影响，丰富了平面液膜参数不稳定的理论研究。

1 物理模型及数学推导

本文采用的液膜物理模型如图1所示，其中，气相存在沿流向振荡的速度，且气体无粘不可压，重力及其他有势力均被忽略。建立静止坐标系， x 方向为沿流向， y 方向为垂直液膜流动的方向。为区分物理量，下标 $i=l(g)$ 表示液相(气相)。液膜的厚度为 $2a$ ，密度为 ρ_l ，表面张力为 σ ，液体的扰动压力为 p_l ， τ 为液体的偏应力张量， (u_l, v_l) 分别为 x 和 y 方向的小扰动速度， U_l 为液膜的基本流速度，气流速度为 U_g ，气流定常速度为 U_0 ，振荡速度为 ΔU ，振荡频率为 ω ，气体密度为 ρ_g ，气体的扰动压力为 p_g 。液相的控制方程为：

$$\frac{\partial u_l}{\partial x} + \frac{\partial v_l}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(U_l + u_l)}{\partial t} + (U_l + u_l) \frac{\partial u_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = \quad (2)$$

$$-\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial x} + \frac{1}{\rho_l} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_l}{\partial t} + (U_l + u_l) \frac{\partial v_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial v_l}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial y} + \frac{1}{\rho_l} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \right)$$

气相速度的表达式为

$$U_g = U_0 + \Delta U \cos(\omega t) \quad (4)$$

幂律流体的本构方程为

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \quad (5)$$

其中， K 表示稠度系数， n 表示幂律指数， $\dot{\gamma}$ 表示应变率。

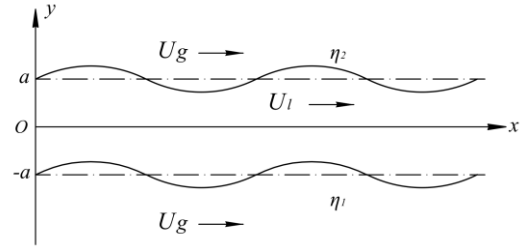


图1 平面幂律液膜的物理模型图

Fig.1 Schematic of the physical model of power-law liquid sheet

考虑到液膜沿 x 方向流动，只保留 x 方向的法向偏应力张量 τ_{xx} ，并考虑线性情况，忽略非线性项，则动量方程化简为：

$$\frac{\partial u_l}{\partial t} + U_l \frac{\partial u_l}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial x} + \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial v_l}{\partial t} + U_l \frac{\partial v_l}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial y} \quad (7)$$

引入速度影响因子 $g^{[19,20]}$ ，表示速度随位移的变化，单位为 $1/s$ ，

$$\tau_{xx} = K \left(2 \frac{\partial u_l}{\partial x} \right)^n \approx K \left(2 \frac{\partial}{\partial x} (u_l + gx) \right)^n \quad (8)$$

$$\approx K \left((2g)^n + 2n(2g)^{n-1} \frac{\partial u_l}{\partial x} \right)$$

将(8)代入(6)中，得到：

$$\frac{\partial u_l}{\partial t} + U_l \frac{\partial u_l}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_l} \frac{\partial p_l}{\partial x} + \frac{K \cdot 2^n n g^{n-1}}{\rho_l} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x^2} \quad (9)$$

因气相假设为无粘，故气相的控制方程可写成势函数的形式：

$$\frac{\partial^2 \phi_{g1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_{g1}}{\partial y^2} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_{g2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_{g2}}{\partial y^2} = 0 \quad (11)$$

其中，下标1表示液膜下方的气体，下标2表示液膜上方的气体。

在考虑到气流速度振荡的条件下，不能直接将变量展开成正则模的形式。这里采用与Kumar等人^[18]类似的方法，将扰动量展开成Floquet的形式：

$$\begin{pmatrix} u_l, v_l, p_l, \\ \phi_{g1}, \phi_{g2}, p_g \end{pmatrix} = \exp(\beta t + i k x) \begin{pmatrix} \hat{u}_l, \hat{v}_l, \hat{p}_l, \\ \hat{\phi}_{g1}, \hat{\phi}_{g2}, \hat{p}_g \end{pmatrix} (z, t \bmod 2\pi/\omega) \quad (12)$$

在式(12)中, $\beta = \beta_r + i\beta_i$ 为 Floquet 指数, 其实部 β_r 表示扰动增长率。

$(\hat{u}_l, \hat{v}_l, \hat{p}_l, \hat{\phi}_{g1}, \hat{\phi}_{g2}, \hat{p}_g)(z, t \bmod 2\pi/\omega)$ 是时间上以 $2\pi/\omega$ 为周期的周期函数, 可被展开成 Fourier 级数的形式:

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_l, \hat{v}_l, \hat{p}_l, \\ \hat{\phi}_{g1}, \hat{\phi}_{g2}, \hat{p}_g \end{pmatrix} (z, t \bmod 2\pi/\omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \begin{pmatrix} \hat{u}_{ls}(y), \hat{v}_{ls}(y), \hat{p}_{ls}(y), \\ \hat{\phi}_{g1s}(y), \hat{\phi}_{g2s}(y), \hat{p}_{gs}(y) \end{pmatrix} \exp(is\omega t) \quad (13)$$

将式(12)和(13)代入(1)、(7)、(9)中, 得到:

$$ik\hat{u}_{ls}(y) + \frac{d\hat{v}_{ls}(y)}{dy} = 0 \quad (14)$$

$$\hat{u}_{ls}(y) = \frac{-ik}{\left[\rho_l(\beta + is\omega + U_l ik) + 2Kn(2g)^{n-1}k^2 \right]} \hat{p}_{ls}(y) \quad (15)$$

$$\hat{v}_{ls}(y) = -\frac{1}{\rho_l(\beta + is\omega + U_l ik)} \frac{d\hat{p}_{ls}(y)}{dy} \quad (16)$$

将(15)和(16)代入(14)中, 得到关于 $\hat{p}_{ls}(y)$ 的二阶齐次微分方程:

$$\frac{d^2 \hat{p}_{ls}(y)}{dy^2} - l_s^2 \hat{p}_{ls}(y) = 0 \quad (17)$$

$$\text{其中, } l_s^2 = \frac{k^2 \rho_l(\beta + is\omega + U_l ik)}{\left[\rho_l(\beta + is\omega + U_l ik) + 2Kn(2g)^{n-1}k^2 \right]}。$$

求解方程(17), 得到液相压力的表达式

$$\hat{p}_{ls}(y) = B_{1s} \exp(l_s y) + B_{2s} \exp(-l_s y) \quad (18)$$

同样地, 将式(12)和(13)代入式(10)、(11)中, 并考虑气相的扰动应在无穷远处为零, 即

$$\phi_{g1} \rightarrow 0, y \rightarrow -\infty \quad (19)$$

$$\phi_{g2} \rightarrow 0, y \rightarrow +\infty \quad (20)$$

得到

$$\hat{\phi}_{g1s}(y) = A_{1s} \exp(ky) \quad (21)$$

$$\hat{\phi}_{g2s}(y) = A_{2s} \exp(-ky) \quad (22)$$

其中, $A_{1s}, A_{2s}, B_{1s}, B_{2s}$ 均为积分常数。要确定这些积分常数, 还需要在气液界面处的边界条件。在气液界面处的线性化的运动边界条件为

$$v_l = \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + U_l \frac{\partial \eta_1}{\partial x}, y = -a \quad (23)$$

$$\frac{\partial \phi_{g1}}{\partial y} = \frac{\partial \eta_1}{\partial t} + U_g \frac{\partial \eta_1}{\partial x}, y = -a \quad (24)$$

$$v_l = \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + U_l \frac{\partial \eta_2}{\partial x}, y = a \quad (25)$$

$$\frac{\partial \phi_{g2}}{\partial y} = \frac{\partial \eta_2}{\partial t} + U_g \frac{\partial \eta_2}{\partial x}, y = a \quad (26)$$

同样地, 这里 (η_1, η_2) 可写为

$$(\eta_1, \eta_2) =$$

$$\exp(\beta t + i k x) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\hat{\eta}_{1s}, \hat{\eta}_{2s}) \exp(is\omega t) \quad (27)$$

将式(18)、(21)、(22)和(27)分别代入方程(23)~(26)中, 并考虑液膜的正弦模式, 令 $\eta_1 = \eta_2 = \eta$, 可确定

$$\begin{cases} A_{1s} = -A_{2s} = \frac{(\beta + is\omega + U_g ik)}{k \exp(-ka)} \hat{\eta}_s \\ B_{1s} = -B_{2s} = \frac{-\rho_l(\beta + is\omega + U_l ik)^2}{2l_s \cosh(l_s a)} \hat{\eta}_s \end{cases} \quad (28)$$

在气液界面上, 应满足应力平衡条件:

$$p_l - p_g - \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0, y = -a \quad (29)$$

而气相的压力可表达成势函数的形式:

$$p_g = -\rho_g \left(\frac{\partial \phi_{g1}}{\partial t} + U_g \frac{\partial \phi_{g1}}{\partial x} \right) \quad (30)$$

将(12)、(13)、(18)、(19)、(21)、(28)、(30)代入(29), 可建立色散关系

$$D_s \eta_s + E_{s-1} \eta_{s-1} + G_{s+1} \eta_{s+1} + F \eta_{s-2} + F \eta_{s+2} = 0 \quad (31)$$

其中

$$D_s = \frac{(\beta + is\omega + U_l ik)^2 \rho_l}{l_s} \tanh(l_s a) + \frac{\rho_g (\beta + is\omega)^2}{k} +$$

$$2i\rho_g (\beta + is\omega) U_0 - \rho_g k U_0^2 - \frac{\rho_g k \Delta U^2}{2} + \sigma k^2$$

$$E_n = i\rho_g (\beta + is\omega) \Delta U - \rho_g k U_0 \Delta U - \frac{\rho_g \omega \Delta U}{2}$$

$$G_n = i\rho_g (\beta + is\omega) \Delta U - \rho_g k U_0 \Delta U + \frac{\rho_g \omega \Delta U}{2}$$

$$F = -\frac{\rho_g k \Delta U^2}{4}$$

色散关系可被表示成矩阵的形式:

$$\begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & D_{-2} & G_{-1} & F & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & E_{-2} & D_{-1} & G_0 & F & 0 & \cdots \\ \cdots & F & E_{-1} & D_0 & G_1 & F & \cdots \\ \cdots & 0 & F & E_0 & D_1 & G_2 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & F & E_1 & D_2 & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \eta_{-2} \\ \eta_{-1} \\ \eta_0 \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (32)$$

为了使得到的结果更具普适性, 将色散关系进行无量纲化处理。引入无量纲波数 $m = ka$, 无量纲增长率 $B_r = \beta_r a / U_l$, 无量纲速度因子 $G = ga / U_l$, 无量纲振荡频率 $\Omega = \omega a / U_l$, 气液密度比 $\bar{\rho} = \rho_g / \rho_l$, 气液速度比 $\bar{U} = U_0 / U_l$, 气流速度无量纲振荡幅值 $\varepsilon = \Delta U / U_0$, 液体 Weber 数 $We_l = \rho_l U_l^2 a / \sigma$, 表观 Reynolds 数 $Re_n = \rho_l U_l^{2-n} a^n / K$,

$$L_s = m \sqrt{\frac{Re_n (B + is\Omega + im)}{Re_n (B + is\Omega + im) + 2n(2G)^{n-1} m^2}}, \text{ 则无量}$$

纲形式的色散关系为:

$$\bar{D}_s \bar{\eta}_s + \bar{E}_{s-1} \bar{\eta}_{s-1} + \bar{G}_{s+1} \bar{\eta}_{s+1} + \bar{F} \bar{\eta}_{s-2} + \bar{F} \bar{\eta}_{s+2} = 0 \quad (33)$$

其中

$$\bar{D}_s = \frac{(B + is\Omega + im)^2}{L_s} \tanh(L_s) + \frac{\bar{\rho}}{m} (B + is\Omega)^2 +$$

$$2i\bar{\rho}\bar{U}(B + is\Omega) - m\bar{\rho}\bar{U}^2 - \frac{\bar{\rho}\bar{U}^2 \varepsilon^2 m}{2} + \frac{m^2}{We_l}$$

$$\bar{E}_s = i\bar{\rho}\bar{U}(B + is\Omega)\varepsilon - \bar{\rho}\bar{U}^2 \varepsilon m - \frac{\bar{\rho}\bar{U}\Omega\varepsilon}{2}$$

$$\bar{G}_s = i\bar{\rho}\bar{U}(B + is\Omega)\varepsilon - \bar{\rho}\bar{U}^2 \varepsilon m + \frac{\bar{\rho}\bar{U}\Omega\varepsilon}{2}$$

$$\bar{F} = -\frac{\bar{\rho}\bar{U}^2 \varepsilon^2 m}{4}$$

$$\begin{pmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & \bar{D}_{-2} & \bar{G}_{-1} & \bar{F} & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & \bar{E}_{-2} & \bar{D}_{-1} & \bar{G}_0 & \bar{F} & 0 & \cdots \\ \cdots & \bar{F} & \bar{E}_{-1} & \bar{D}_0 & \bar{G}_1 & \bar{F} & \cdots \\ \cdots & 0 & \bar{F} & \bar{E}_0 & \bar{D}_1 & \bar{G}_2 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & \bar{F} & \bar{E}_1 & \bar{D}_2 & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \bar{\eta}_{-2} \\ \bar{\eta}_{-1} \\ \bar{\eta}_0 \\ \bar{\eta}_1 \\ \bar{\eta}_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (34)$$

2 结果与讨论

2.1 结果验证与阶数确定

为了验证程序的正确性, 将色散矩阵(34)中表示的与气流速度相关的参数设置为零, 即 $\bar{U} = \varepsilon = \Omega = 0$, 则可退化到常青^[19]中幂律平面液膜在静止气流中的情况, 计算结果如图 2 所示。可以看出本文中的研究模型的退化结果与已有文献中的计算结果非常吻合, 因此在下文中的结算结果认为是可信的。

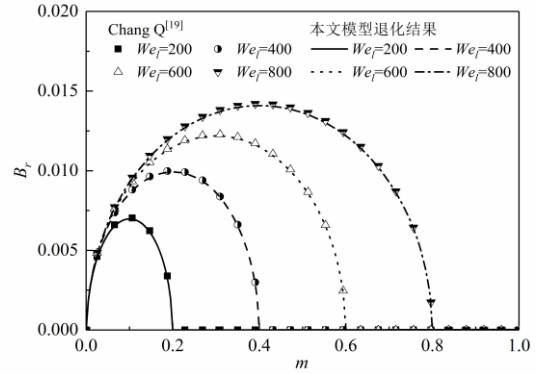


图 2 无气流速度条件下与常青^[19]结果的比较

($\bar{\rho} = 0.001, n = 0.8, Re_n = 50, G = 5 \times 10^{-6}$)

Fig.2 Comparison with the results obtained by Chang Q^[19] in the condition of no gas velocity

($\bar{\rho} = 0.001, n = 0.8, Re_n = 50, G = 5 \times 10^{-6}$)

在正式讨论分析之前, 还需确定色散矩阵的阶数 N 。理论上色散矩阵为无穷阶时计算的结果最为精确, 但实际不可能取无穷阶, 因此需要在误差允许的范围之内取较小的节点数 s 。图 3 做出了在不同节点数 s 情况下, 两个不稳定区域的增长率及最大增长率。从图 3(a)中可以看出, 在气流速度振荡条件下, 不稳定区域有多个, 其中波数范围最小的不稳定区域为 K-H 不稳定区域, 随着波数的增大出现的区域为气流速度振荡引起的参数不稳定区域。在不同节点数下, 增长率曲线几乎重合; 借助图 3(b), 观察到当 $s = 0$ 时, 只有一个 K-H 不稳定区域。随着节点数的增加, 当 $s > 3$ 以后, 各不稳定区域内的最大增长率数值基本不再改变。因此, 从计算精度和经济性综合考虑, 在本文中的计算中取 $s = 4$, 因此色散矩阵的阶数为 $N = 2s + 1 = 9$ 。

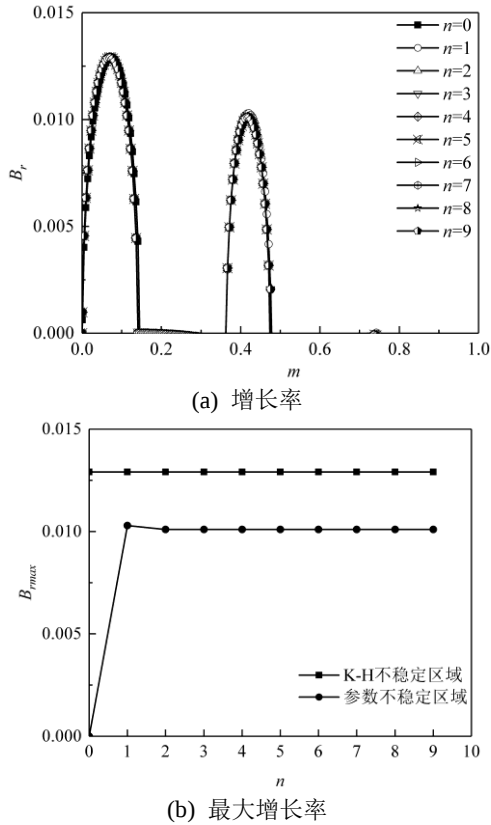


图3 不同节点数下的增长率

($We_l = 30.62, G = 2.5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.7, \Omega = 0.125, \bar{\rho} = 0.001, n = 0.6104, Re_n = 703.56$)

Fig.3 Growth rate versus increasing the node number
($We_l = 30.62, G = 2.5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.7, \Omega = 0.125, \bar{\rho} = 0.001, n = 0.6104, Re_n = 703.56$)

2.2 振荡幅值变化下幂律性质对液膜稳定性的影响

图4反映了表观雷诺数逐渐增大时,无量纲振幅为0和0.56时增长率的变化情况。当 $\varepsilon=0$ 时,只存在K-H不稳定区域,因为此时液膜并没有受到振荡的激励,只发生由速度剪切引起的K-H不稳定。随着 ε 的增加,不仅出现了多个参数不稳定区域,且K-H不稳定区域的最大增长率、主导波数及截止波数都有明显增加。这些规律与Jia等人^[17]在对平面液膜研究所发现的结论都是一致的,因此在这里主要观察幂律模型的参数对增长率的影响。

在本文中,测试的振荡幅值的范围为[0,1]之间的10个均匀的值。图5图(a)统计了在不同振荡幅值下K-H不稳定区域的最大增长率与 Re_n 的关系,发现随着 Re_n 的增加,最大增长率逐渐增

加。物理上,表观雷诺数的增加反映为稠度系数的减小,代表液膜的粘性减小,粘性耗散减小,液膜更不稳定,因此增长率更大。观察到随着 ε 的增加,最大增长率逐渐增加,且当 ε 较小时增加的程度小于 ε 较大时增加的程度。图(b)统计了K-H不稳定区域最大增长率对应的主导波数的变化关系,发现K-H不稳定区域的主导波数在 Re_n 的变化范围内保持不变。

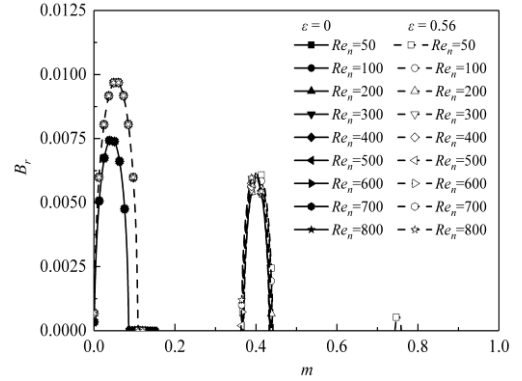
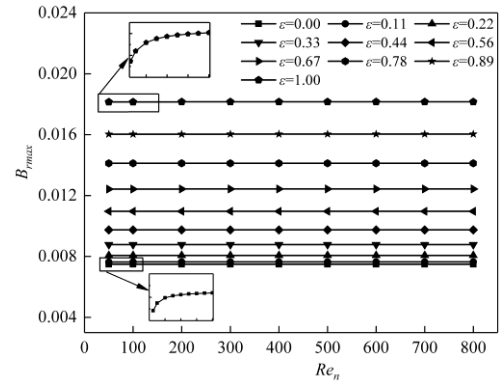
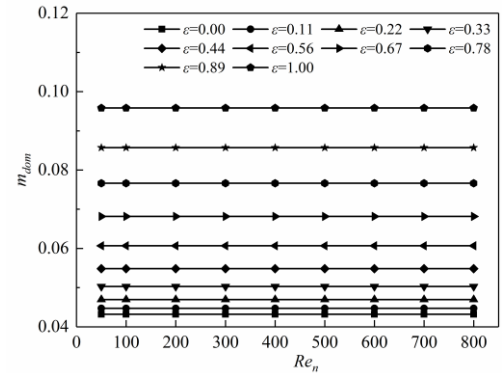


图4 不同表观雷诺数下振荡幅值对液膜失稳特性的影响
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)

Fig.4 The effects of oscillation amplitude to liquid sheet at different generalized Reynolds numbers
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)



(a) K-H不稳定区域最大增长率

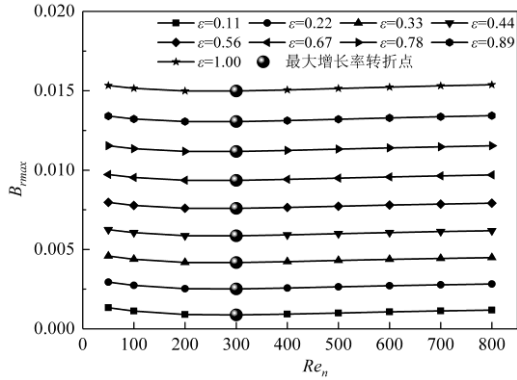


(b) K-H不稳定区域主导波数

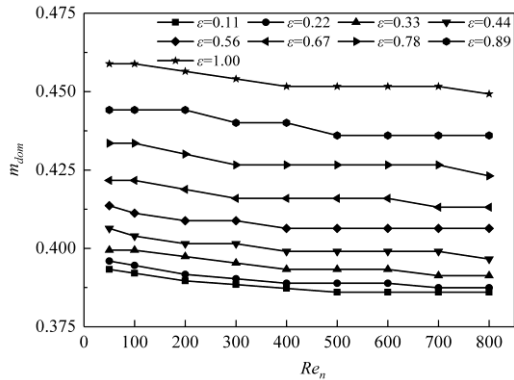
图5 不同表观雷诺数下振荡幅值对K-H不稳定区域的影响
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, \Omega = 0.125, \bar{U} = 2.5, G = 5 \times 10^{-6}$)

Fig.5 The effects of oscillation amplitude to the K-H instability region at different generalized Reynolds numbers
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, \Omega = 0.125, \bar{U} = 2.5, G = 5 \times 10^{-6}$)

图6描述了不同振荡幅值下表观雷诺数的变化对参数不稳定区域增长率的影响,其中图6(a)表示了最大增长率的变化。与K-H不稳定区域最大增长率随 Re_n 的增加而单调增加所不同的是,参数不稳定区域的最大增长率随 Re_n 的增加先减小后增加,且最大增长率发生转折点对应的 Re_n 不随振荡幅值的变化而改变。图6(b)表示主导波数的变化趋势为随着 Re_n 的增加, m_{dom} 逐渐减小。



(a) 参数不稳定区域最大增长率



(b) 参数不稳定区域主导波数

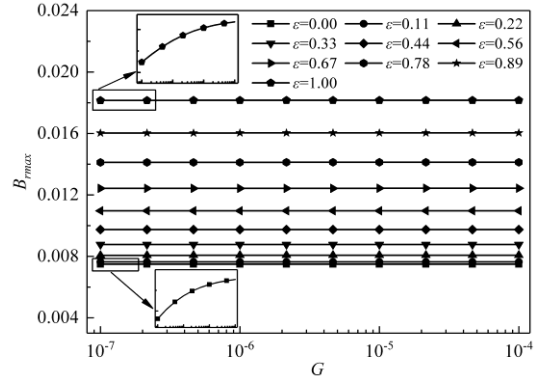
图6 不同表观雷诺数下振荡幅值对参数不稳定区域的影响

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)

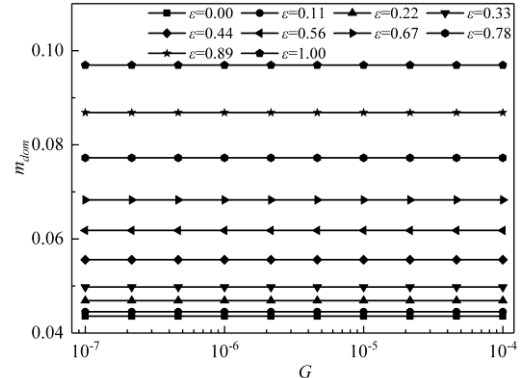
Fig.6 The effects of oscillation amplitude to the parametric instability region at different generalized Reynolds numbers
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)

图7展示了不同振荡幅值下无量纲速度因子 G

的变化对K-H不稳定区域增长率的影响。其中, G 的取值为 $[10^{-7}, 10^{-4}]$ 内均匀的10个点。观察到随着振荡幅值的增加,最大增长率的逐渐增加;虽然振幅的增加是均匀的,但最大增长率的变化却是逐渐增大的,且主导波数的增加同样是不均匀的。随着无量纲速度因子 G 的增加,K-H不稳定区域内最大增长率逐渐增加,这与常青^[19]的学位论文中的描述是一致的。



(a) K-H不稳定区域最大增长率



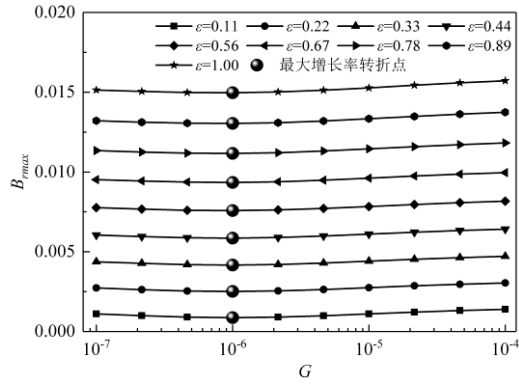
(b) K-H不稳定区域主导波数

图7 不同无量纲速度因子下振荡幅值对K-H不稳定区域的影响

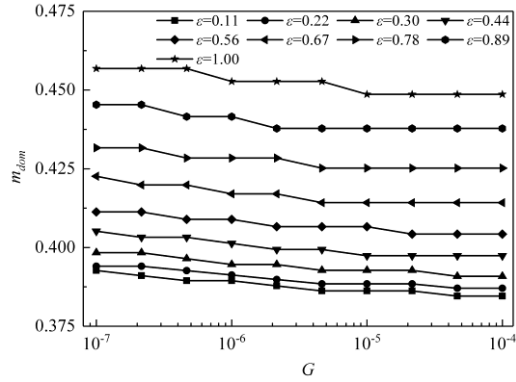
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125$)

Fig.7 The effects of oscillation amplitude to the K-H instability region at different dimensionless velocity factors
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125$)

图8描述了不同振荡幅值下无量纲速度因子变化对参数不稳定区域增长率的影响。与幂律指数的影响规律相似,随着 G 的增加,在参数不稳定区域最大增长率先减小后增加,且增长率转折点所对应的 G 值不随振荡幅值的变化而改变。对于主导波数,随着 G 的增加整体来看逐渐减小,表示参数不稳定区间随着 G 的增加逐渐向波数较小的区域移动。



(a) 参数不稳定区域最大增长率



(b) 参数不稳定区域主导波数

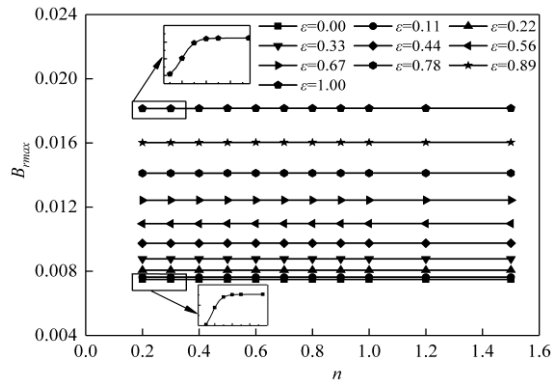
图8 不同无量纲速度因子下振荡幅值对参数不稳定区域的影响

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125$)

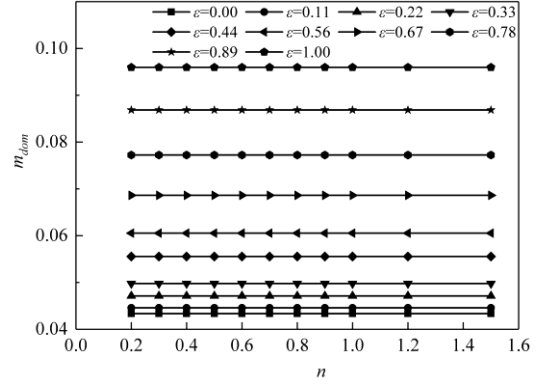
Fig.8 The effects of oscillation amplitude to the parametric instability region at different dimensionless velocity factor

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, n = 0.6, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125$)

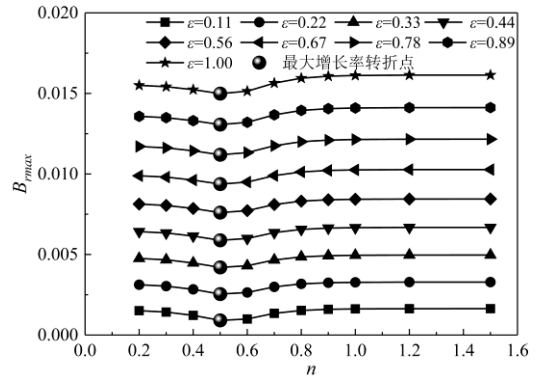
图9 描述了在不同振荡幅值下幂律指数变化对K-H区域增长率的影响特征,发现随着 n 的增大,最大增长率单调增加,同时主导波数不变。



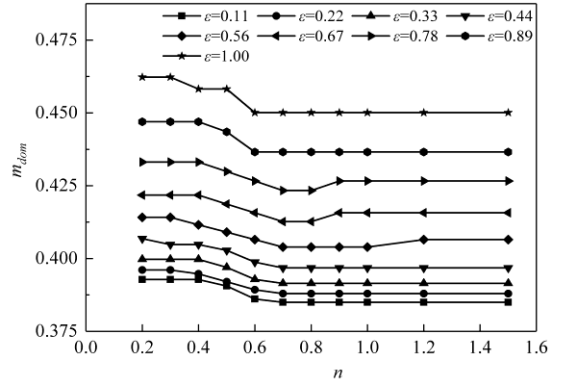
(a) K-H不稳定区域最大增长率



(b) K-H不稳定区域主导波数

图9 不同幂律指数下振荡幅值对K-H不稳定区域的影响
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)Fig.9 The effects of oscillation amplitude to the K-H instability region at different power-law indexes
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)

(a) 参数不稳定区域最大增长率



(b) 参数不稳定区域主导波数

图10 不同幂律指数下振荡幅值对参数不稳定区域的影响
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)

Fig.10 The effects of oscillation amplitude to the parametric instability region at different power-law indexes

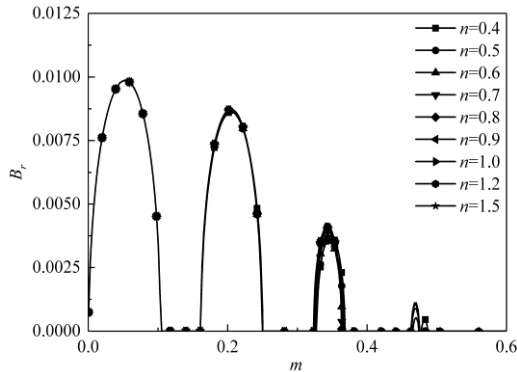
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \Omega = 0.125, G = 5 \times 10^{-6}$)

n 对参数不稳定区域的影响如图10所示,随

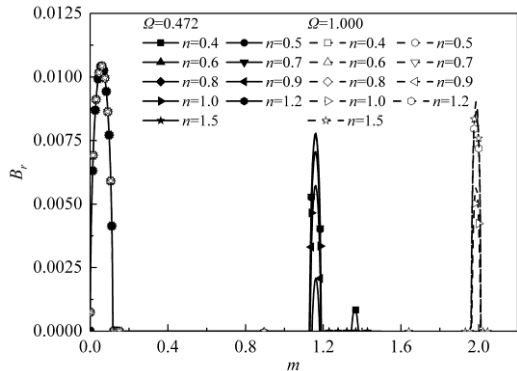
着 n 的逐渐增加, 最大增长率呈现先减小后增加的趋势, 且振荡幅值的增加不影响最大增长率发生转折点所对应的 n 值, 观察到此时对应的 $n=5$ 。推测是因为此时 n 的取值最偏离 $n \rightarrow 0$ 代表的无粘流体和 $n \rightarrow 1$ 代表的牛顿流体之间, 因而流体所呈现的非牛顿特性最强, 所以液膜最稳定, 增长率在各 n 取值中最小。与表观雷诺数和无量纲速度因子的影响所不同的是, 当 $\varepsilon \in [0.56, 0.78]$ 时, 参数不稳定区域内的主导波数随着幂律指数的增加先减小后增大, 而当无量纲振荡幅值处于该区间之外时, 主导波数逐渐减小至一特定值后保持不变。

2.3 振荡频率变化下幂律性质对液膜稳定性的影响

在对无量纲振荡频率变化的影响研究中, 选取 $\Omega = 0.05 \sim 1$, 并采样 10 个点进行研究。通过图 11(a)(b) 两图可以看出, 振荡频率较小时, 液膜的不稳定区间较多, 在 $\Omega = 0.05$ 的条件下, 有 4 个不稳定区域; 随着振荡频率的增大, 参数不稳定区间的位置逐渐移向高波数区域, 最终只存在一个 K-H 不稳定区域。随着振荡频率的增加, K-H 不稳定区域的最大增长率、主导波数和截止波数都有一定程度的增加, 这与 Jia 等人^[17]对平面液膜的观察是一致的。



(a) $\Omega = 0.05$



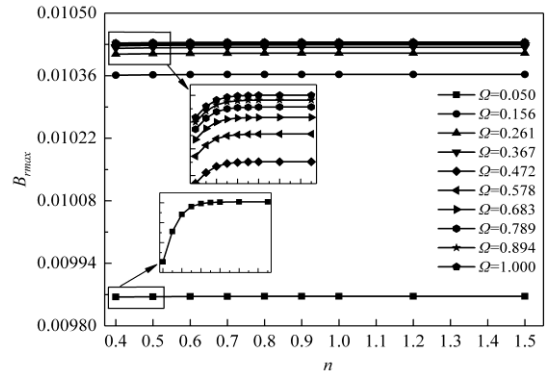
(b) $\Omega = 0.472, 1.000$

图11 不同幂律指数下振荡频率对液膜失稳特性的影响 ($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

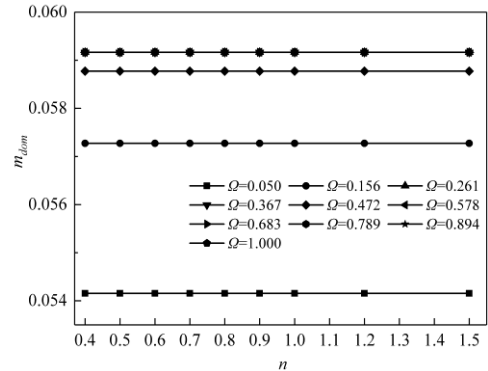
Fig.11 The effects of oscillation frequency to liquid sheet at different power-law indexes

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

图 12 统计了不同振荡频率下幂律指数变化对 K-H 区域增长率的影响特征, 发现随着 n 的增大, 最大增长率逐渐单调增加, 同时主导波数不变。



(a) K-H不稳定区域最大增长率



(b) K-H不稳定区域主导波数

图12 不同幂律指数下振荡频率对K-H不稳定区域的影响 ($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

Fig.12 The effects of oscillation frequency to the K-H instability region at different power-law indexes

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

图 13 描绘了不同振荡频率下幂律指数的变化对参数不稳定区域增长率的影响特征。当振荡频率较小时, 最大增长率并没有出现先减小后增大的特征, 而是单调增加; 当 Ω 进一步增大, 最大增长率先减小后增加, 且随着 Ω 的增加, 增长率转折点所对应的幂律指数增大。但当 $\Omega > 0.261$ 时, 在 $n = 0.5 \sim 0.7$ 的范围内最大增长率此时已经

为负数, 表现为稳定的特征, 此时最大增长率的取值并没有物理意义。观察到当 $\Omega > 0.050, n > 1$ 时最大增长率会发生逆转: 当液膜为 $n < 1$ 的剪切变稀流体时, 振荡频率越小, 最大增长率越大; 当液膜为 $n > 1$ 的剪切变稠流体时, 振荡频率越大, 最大增长率越大。在图 13(b) 中可直观地看出当振荡频率增加时, 只有在大 n 幂律指数下存在参数不稳定区域, 且随着频率的增加, 发生参数不稳定时的 n 逐渐增加。在整个无量纲振荡频率变化范围内, 主导波数随着幂律指数的增加逐渐减小或保持不变。

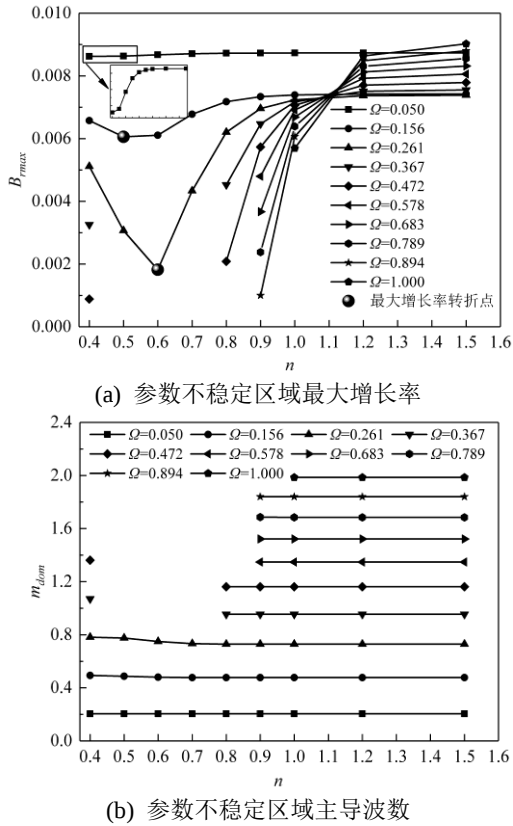


图13 不同幂律指数下振荡频率对参数不稳定区域的影响 ($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

Fig.13 The effects of oscillation frequency to the parametric instability region at different power-law indexes ($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, Re_n = 500, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

图14(a)(b)分别讨论了当振荡频率变化时无量纲速度因子 G 对 K-H 不稳定区的影响。其中, 图14(a)表示最大增长率随 G 的变化, 图14(b)表示主导波数随 G 的变化。如图14(a)所示, 流体的 G 逐渐增大会导致增长率逐渐增大, 这与不施加声场扰动时液膜的增长率特征是一致的; 虽然

最大增长率逐渐增加, 但最大增长率对应的主导波数却保持不变。

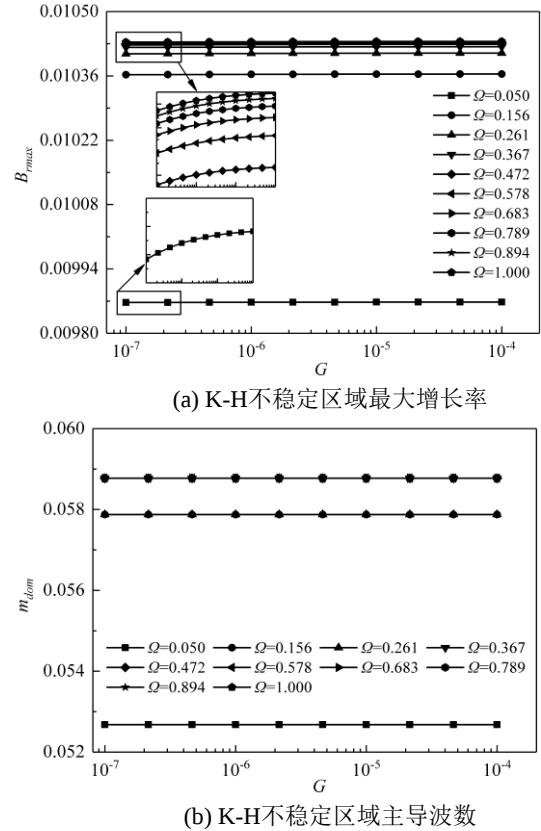


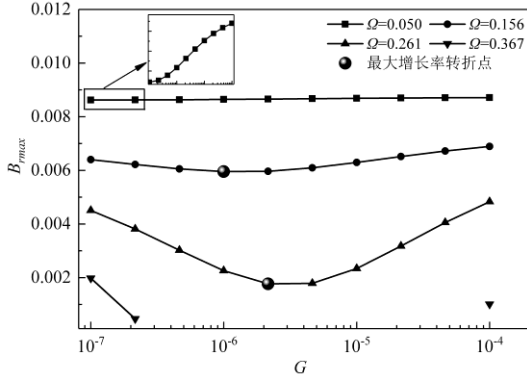
图14 不同无量纲速度因子下振荡频率对K-H不稳定区域的影响

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

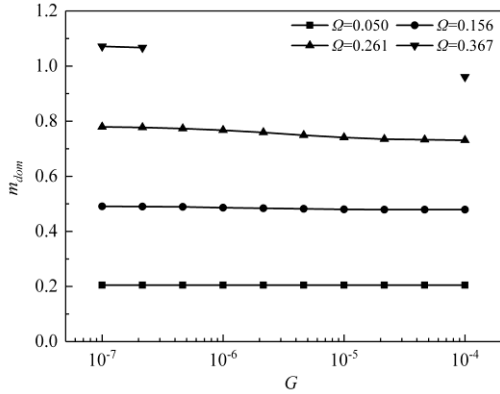
Fig.14 The effects of oscillation frequency to the K-H instability region at different dimensionless velocity factors ($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

图15统计了不同振荡频率下无量纲速度因子的变化对参数不稳定区域增长率的影响, 其中图 15 (a)表示最大增长率的变化规律。与幂律指数的影响规律相似, 在 Ω 较小时, 最大增长率呈现出单调增加的趋势; 当 Ω 进一步增大, 最大增长率随着 G 的增加先减小后增加。从图14中已经得知 G 的增加会使液膜更不稳定, 物理上, 如果 G 假设为速度通过单位长度的改变量, G 越大则表示在单位长度内, 外界对液膜的作用越大, 外界对液膜输入的能量越大, 则液膜更不稳定。注意到在参数不稳定区域内振荡频率的增加使最大增长率逐渐减小, 这与K-H不稳定区域内振荡频率作用的表现规律是截然不同的。当 Ω 很大时, 参数不稳定区间将不再存在。从图15(b)主导波数随 G 的变化曲线中得知, 在 $\Omega = 0.050$ 时主导波数保

持不变； Ω 增大时，主导波数随着 G 的增加而减小。但当 $\Omega = 0.367$ 时，介于 $[2 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-4}]$ 之间的 G 只存在 K-H 不稳定区间，参数不稳定区间因耗散而衰减为负值。



(a) 参数不稳定区域最大增长率



(b) 参数不稳定区域主导波数

图15 不同无量纲速度因子下振荡频率对参数不稳定区域的影响

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

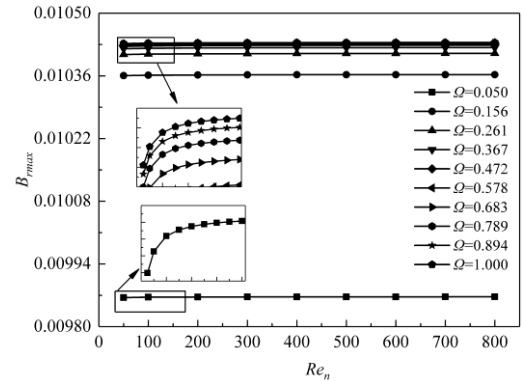
Fig.15 The effects of oscillation frequency to the parametric instability region at different dimensionless velocity factors

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, Re_n = 500, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

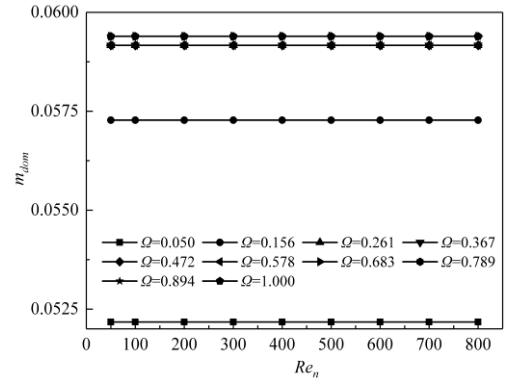
图 16 做出了 K-H 不稳定区域最大增长率和主导波数随 Re_n 的变化规律。图 16(a) 观察到随着振荡频率的增加，最大增长率单调增加。虽然振荡频率的变化间距是均匀的，但 K-H 不稳定区域的最大增长率却在小振荡频率下变化较敏感，当 $\Omega > 0.261$ 以后最大增长率无明显增加。图 16(b) 则是 K-H 不稳定区域 Re_n 对主导波数的影响。与最大增长率类似的是，主导波数的变化也呈现出随着振荡频率的增加而增大的现象，但主导波数不随 Re_n 的增加而改变。

图 17(a)和(b)讨论了不同振荡频率下时参数

不稳定区域最大增长率和主导波数随 Re_n 的变化情况。因为随着 Ω 的增加，不稳定区域逐渐减少，因此这里只讨论第一个参数不稳定区域的性质。在图 17(a)中可发现，随着振荡频率的增加，最大增长率的变化程度也愈发剧烈；此时，最大增长率的转折点所对应的 Re_n 也随着振荡频率的增加逐渐增大。随着 Ω 的增加，不稳定区域的个数逐渐减少，当 $\Omega > 0.578$ 时，只存在 K-H 不稳定区域。联系到 Dighe 等人^[21]的文中提到，当液膜的受迫频率超过截止频率时，液膜表面的无量纲振幅不再增加。而在这里类似地，无量纲振荡频率 $\Omega = 0.578$ 时也可以视为“截止频率”，当激励频率高于该受迫频率，液膜 K-H 不稳定区域的最大增长率和截止波数都不再有显著增加。图 17 (b)则表现出主导波数在 $\Omega = 0.050$ 下保持不变，随着 Ω 的增加开始随着 Re_n 的增加而逐渐减小的规律。与 K-H 不稳定区域的主导波数的变化不同的是，各受迫频率下主导波数的分布较为均匀。



(a) K-H 不稳定区域最大增长率



(b) K-H 不稳定区域主导波数

图 16 不同表观雷诺数下振荡频率对 K-H 不稳定区域的影响

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

Fig.16 The effects of oscillation frequency to the K-H insta

bility region at different generalized Reynolds numbers
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5,$
 $\varepsilon = 0.5$)

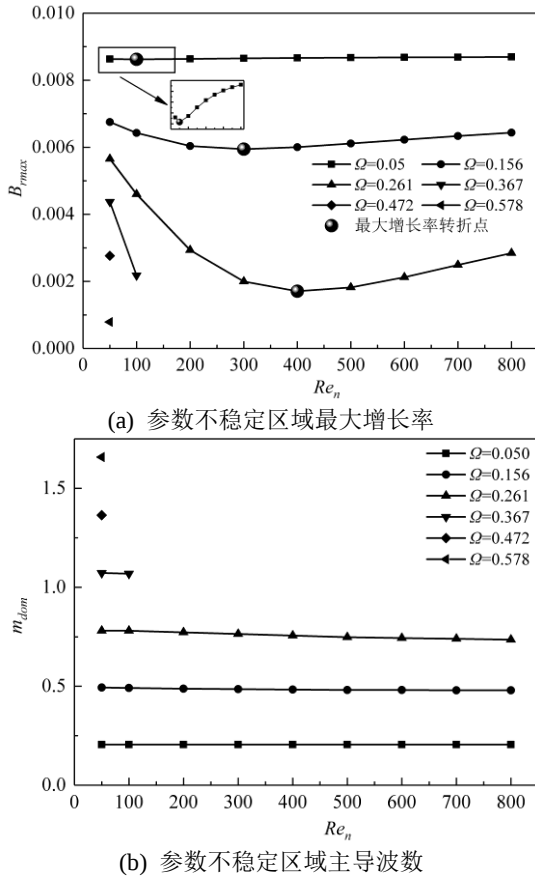


图17 不同表观雷诺数下振荡频率对参数不稳定区域的影响

($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

Fig.17 The effects of oscillation frequency to the parametric instability region at different generalized Reynolds numbers
($\bar{\rho} = 0.001256, We_l = 30.62, n = 0.6, G = 5 \times 10^{-6}, \bar{U} = 2.5, \varepsilon = 0.5$)

2.4 气液相对速度对液膜破碎长度的影响

前人的研究中^[10,11], 破碎长度可以用于衡量液膜不稳定的程度。假设液膜表面振幅按照指数形式发展, 当临界破碎时, 表面波振幅 η_b 可表示为:

$$\eta_b = \eta_0 \exp(\beta_{r,\max} t_b) \quad (35)$$

其中 η_0 表示初始时刻表面波振幅, $\beta_{r,\max}$ 表示最大增长率, t_b 为破碎时间。

而液膜的破碎长度为:

$$L_b = U_l t_b \quad (36)$$

因此, 从(35)式中解出破碎时间, 并代入(36)

式, 得到破碎长度与最大增长率间的关系:

$$L_b = \frac{U_l \ln(\eta_b/\eta_0)}{\beta_{r,\max}} \quad (37)$$

在式(37)中, 参考 Jia 等人^[11]的研究, $\ln(\eta_b/\eta_0)$ 取为 17, $\beta_{r,\max}$ 可通过计算(32)式获得。选取 Sivadas 等人^[10]的实验数据与理论预测值进行对比, 其中流动参数及气流振荡参数在文献中已经给出。需要注意的是, 在 Sivadas 等人^[10]的研究中工质为水, 因此使用本文的模型进行计算时, 流变参数设置为 $K = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $n = 1$, 这样幂律流体即可退化为水进行计算。

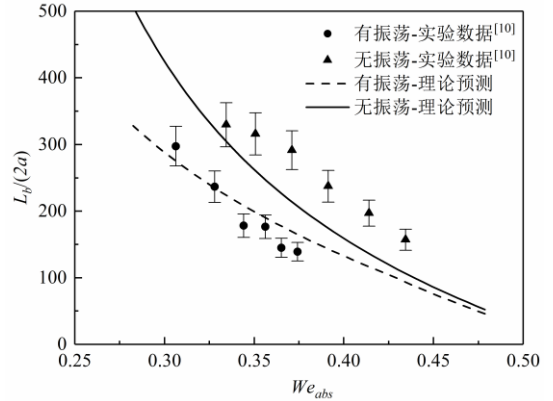


图18 气流有振荡和无振荡条件下破碎长度的理论值与实验值^[10]对比

($\rho_g = 1.225 \text{ kg/m}^3, \rho_l = 998 \text{ kg/m}^3, a = 2 \times 10^{-4} \text{ m}, \sigma =$

$0.0728 \text{ N/m}, n = 1, K = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}, U_0 = 10 \text{ m/s}, \Delta U = 7.1 \text{ m/s}, \omega = 750 \text{ Hz}$)

Fig.18 The comparison of breakup length between theoretical value and experimental data^[10] with oscillating and without oscillating gas

($\rho_g = 1.225 \text{ kg/m}^3, \rho_l = 998 \text{ kg/m}^3, a = 2 \times 10^{-4} \text{ m}, \sigma =$

$0.0728 \text{ N/m}, n = 1, K = 1.005 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}, U_0 = 10 \text{ m/s}, \Delta U = 7.1 \text{ m/s}, \omega = 750 \text{ Hz}$)

在 Sivadas 等人^[10]的实验中, 气体流动方向与液膜流动方向成 30° 角, 因此垂直于液膜轴线方向气流速度分量为 $U_n = U_0 \sin 30^\circ$, 气液相对速度 $U_r = U_0 \cos 30^\circ - U_l$, 基于气流垂直方向的 Weber 数 $We_n = 2\rho_g U_n^2 a / \sigma$, 基于气液相对速度的 Weber 数 $We_r = 2\rho_g U_r^2 a / \sigma$, 基于垂直与平行于液膜轴线两个方向的气流 Weber 数 $We_{abs} = \sqrt{We_n^2 + We_r^2}$, 破碎长度使用液膜厚度 $2a$ 进行无量纲化。如图 18 所示, 气流振荡时, 破碎长度的理论值与实验值吻合良好; 而无振荡时的理论值与实验值较为接近。随着 We_{abs} 的增加, 破碎长度逐渐减小, 这意味着气液间的相对速度增加, 使两相间的动量交换加强, 因此液膜变得更易于破碎。振荡的气流

促进了动量的交换,使液膜的破碎长度要明显小于无振荡时液膜的破碎长度。

3 结 论

本文通过分析不同幂律性质下,气流速度振荡幅值和振荡频率对液膜不同不稳定区域的影响,可得出以下几点结论:

- 1) 随着振荡幅值的增加,液膜出现了多个不稳定区域,K-H 不稳定区域和参数不稳定区域的最大增长率及主导波数都随着振荡幅值的增加而增加。
- 2) 当表观雷诺数、幂律指数和无量纲速度因子逐渐增加时,K-H 不稳定区域的最大增长率逐渐增加,而主导波数保持不变。在参数不稳定区域,最大增长率先减小后增加,且振荡幅值的变化不影响最大增长率转折点所对应的幂律性质。
- 3) 随着振荡频率的增加,参数不稳定区域逐渐向大波数范围移动,K-H 不稳定区域的最大增长率、主导波数和截止波数增加;当振荡频率超过一定值后,只存在一个 K-H 不稳定区域。且振荡频率较小时,增长率及主导波数对振荡频率的变化较敏感。
- 4) 随着幂律指数和无量纲速度因子的逐渐增加,K-H 不稳定区域的最大增长率逐渐增加,而主导波数保持不变;当无量纲振荡频率 $\Omega = 0.05$ 时,参数不稳定区域的最大增长率单调增加,随着振荡频率的逐渐增大,出现最大增长率随着幂律指数或是无量纲速度因子的增加而先减小后增大的转折点,且此时转折点所对应的幂律指数或无量纲速度因子随着振荡频率的增加而逐渐增大。同时,主导波数随着幂律指数或无量纲速度因子的增加保持不变或逐渐减小。
- 5) 当表观雷诺数逐渐增加时,K-H 不稳定区域的最大增长率单调增加,主导波数保持不变;而参数不稳定区域的最大增长率先减小后增加,振荡频率的增加使得最大增长率的转折点所对应的表观雷诺数逐渐增加,主导波数保持不变或逐渐减小。
- 6) 随着气液间相对速度的增加,液膜破碎长度逐渐减小,且相比于气流振荡的情况,无振荡条件下液膜更稳定,破碎长度更长

参 考 文 献

- [1] Squire H B. Investigation of the instability of a moving liquid film[J]. British Journal of Applied Physics, 1953, 4:167–169.
- [2] Dombrowski N, Johns W R. The aerodynamic instability and disintegration of viscous liquid sheets[J]. Chemical Engineering Science, 1963, 18:203–214.
- [3] Lin S P, Lian Z W, Creighton B J. Absolute and convective instability of a viscous liquid sheet[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1990, 220:673–689.
- [4] Li X, Tankin R S. On the temporal instability of a two-dimensional viscous liquid sheet[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 226:425–443.
- [5] Li X. Spatial instability of plane liquid sheet[J]. Chemical Engineering Science, 1993, 48:2973–2981.
- [6] Barreras F, Lozano A, Dopazo C. Viscous linear instability analysis of the viscous longitudinal perturbation on an air-blasted liquid sheet[J]. Atomization and Sprays, 2001, 11:139–154.
- [7] Dombrowski N, Hooper P C. The effect of ambient density on drop formation in sprays[J]. Chemical Engineering Science, 1962(4), 17:291–305.
- [8] Ibrahim E A, Jackson S L. Spatial instability of a liquid sheet in a compressible gas[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 1996, 180(2):629–631.
- [9] Sujith R I. An experimental investigation of interaction of sprays with acoustic fields[J]. Experiments in Fluids, 2005, 38(5):576–587.
- [10] Sivadas V, Fernandes E C, Heitor M V. Acoustically excited air-assisted liquid sheets[J]. Experiments in Fluids, 2003, 34 (6): 736–743.
- [11] Yang L, Jia B, Fu Q, Yang Q. Stability of an air-assisted viscous liquid sheet in the presence of acoustic oscillations[J]. European Journal of Mechanics / B Fluids, 2018, 67: 366–376.
- [12] Jia B, Xie L, Cui X, Yang L, Fu Q. Linear stability of confined coaxial jets in the presence of gas velocity oscillations with heat and mass transfer [J]. Physics of Fluids, 2019, 31: 092101.
- [13] Sivadas V, Heitor M V. Visualization studies of an acoustically excited liquid sheet[J]. Annals of the New York Academy of Science, 2002, 972: 292–298.
- [14] Mulmule A S, Tirumkudulu M S. Liquid sheet instabil

- ity in the presence of acoustic forcing[C]. 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Cincinnati, USA, 2007: 5688.
- [15] Tirumkudulu M S, Mulmule A S, Ramamurthi K. Stability of a thin radially moving liquid sheet in the presence of acoustic excitation. International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Adelaide, Australia, 2008.
- [16] Mulmule A S, Tirumkudulu M S, Ramamurthi K. Instability of a moving liquid sheet in the presence of acoustic forcing[J]. *Physics of Fluids*, 2010, 22(2):022101.
- [17] Jia B Q, Xie L, Yang L J, Fu Q F, Cui X. Linear instability of viscoelastic planar liquid sheets in the presence of gas velocity oscillations[J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2019, 273: 104169.
- [18] Kumar K, Tuckerman L S. Parametric instability of the interface between two fluids[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 279(-1): 49-68.
- [19] 常青. 幂律流体射流破碎机理的理论与实验研究[D]. 天津:天津大学, 2014: 44-46.
- Chang Q. Theoretical and experimental study on the breakup mechanisms of power law liquid jets[D]. Tianjin: Tianjin University, 2014: 44-46 (in Chinese).
- [20] Wang Y B, Guo J P, Bai F Q, Du Q. Influence of bounded and compressible gas medium on the instability of an annular power-law liquid jet[J]. *Atomization and Sprays*, 2018, 28(5):389-402.
- [21] Dighe S, Gadgil H. Atomization of acoustically forced liquid sheets[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 880:653-683.

(责任编辑: 李明敏)

Instability of Power-Law Liquid Sheets in the Presence of Gas Velocity Oscillations

YAO Muwei¹, JIA Boqi¹, YANG Lijun¹, FU Qingfei^{1,*}

1. School of Astronautics, Beihang University, Beijing 102206, China

Abstract: Temporal instability analysis of a power-law sheet in a gas velocity oscillation field was performed with linear stability analysis. The oscillation of gas velocity caused the momentum equation to be a Hill equation with a time period coefficient, which was solved using Floquet theory. For different oscillation amplitude and oscillation frequency, the effects of generalized Reynolds number, power-law index and dimensionless velocity factor on various unstable regions were studied in detail. The results show that the increase of the oscillation amplitude or the decrease of the oscillation frequency will increase the number of unstable regions of the sheet, and the maximum growth rate, dominant wave number and cut-off wave number of the K-H unstable region get increased with the increase of the oscillation amplitude and frequency. The increase in generalized Reynolds number, power-law index and dimensionless velocity factor enhances the instability in the K-H unstable region, making the growth rate in the parametric instability region decrease first and then increase. The variation of the oscillation amplitude does not change the rheological parameters corresponding to the transition of the maximum growth rate. When the oscillation frequency is small, the increase of power-law index or dimensionless velocity factor makes the maximum growth rate in the parametric instability region increase monotonously.

Keywords: power-law fluid; planar sheets; velocity oscillation; Floquet theory; parametric instability

Received: 2020-02-12; Revised: 2020-05-07; Accepted: 2020-05-15; Published online:

URL:

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11922201, 11872091)

*Corresponding author. E-mail: fuqingfei@buaa.edu.cn